



Eindige-elementenmethode ingezet voor geprefabriceerde wand- en buisconstructies

EEM en prefab beton

De krachtsverdeling en vervormingen van geprefabriceerde betonconstructies kunnen niet altijd met eenvoudige staafmodellen worden benaderd. Ingewikkelde elementverdelingen, storende wandopeningen of verbindingen vereisen soms een

meer nauwkeurige constructieve beschouwing. De constructeur kan dan kiezen voor de eindige-elementenmethode (EEM), waarmee ook de invloed van de elementverdeling en de verbindingen in rekening kan worden gebracht.

- 1 Ziggo Dome in aanbouw met uit prefab-betonelementen opgebouwde podiumwand
- 2 Geprefabriceerde buisconstructie
- 3 Afschuifgedrag van aansluitvlakken [1]; aanhechting en wrijving t.g.v. N_c van opgeruwd oppervlak (a), deuwelwerking wapening (b), drukspanningen t.g.v. verlenging wapening (c)

De afzonderlijke elementen van geprefabriceerde wanden, kernen en buisconstructies worden in de praktijk met verschillende soorten verbindingen aan elkaar gekoppeld. Bekende verbindingen zijn de met stekken gewapende mortelvoegen, vertandingen, lasplaten of natte knopen. Vanwege de eenvoud en de kosten hebben mortelvoegen en vertandingen de voorkeur.

De buisconstructie in figuur 2 is een voorbeeld van hoe men in de hedendaagse ontwerppraktijk een geprefabriceerde stabiliteitsconstructie zou kunnen uitvoeren. De wandelementen zijn voor de benodigde samenwerking in verband geplaatst. De horizontale voegen zijn met stekken gewapende mortelvoegen. De verticale voegen zijn constructief open voegen omdat ze in de meeste gevallen slechts 'bouwkundig' worden gevuld. De wandelementen zijn in de hoeken voorzien van vertandingen waartussen eveneens gewapende mortelvoegen zijn aangebracht.

Horizontale mortelvoegen

Voor een goede samenwerking tussen prefab elementen wordt van een horizontale mortelvoeg verwacht dat deze een druk-, trek- en afschuifcapaciteit kan leveren. Bij het ontwerpen van een stabiliteitsconstructie is het aan te bevelen de betonconstructie en de mortelvoegen zo veel als mogelijk permanent onder druk te houden. In sommige gevallen is dat niet mogelijk en moet vanwege de trekspanningen de buigstijfheid van de betonconstructie worden gereduceerd. De afschuifcapaciteit van een mortelvoeg onder trek is eveneens beperkt tot de bijdrage van de deuwelwerking van de wapening.

Sinds de jaren zestig van de vorige eeuw is het afschuifgedrag van 'aansluitvlakken van op verschillende tijdstippen gestort beton' veelvuldig beproefd en bestudeerd. Het blijkt dat



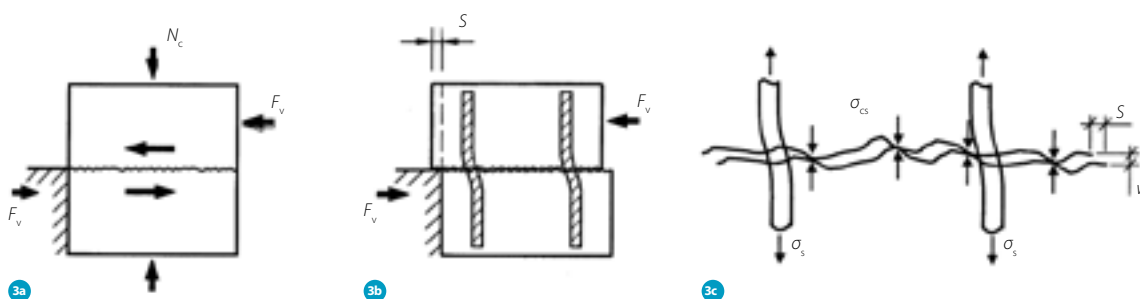
2

verschillende mechanismen een bijdrage leveren aan de afschuifcapaciteit (F_v) (fig. 3):

- aanhechting tussen de materialen;
- wrijving ten gevolge van drukspanningen N_c ;
- ruwheid of profilering van het aansluitvlak;
- deuwelwerking wapening;
- drukspanningen σ_{cs} ten gevolge van verlenging wapening.

Uit de proeven blijkt dat gedurende het opvoeren van de afschuifkracht de verschillende mechanismen niet gelijktijdig optreden. Deze bereiken bij verschillende verplaatsingen hun uiterste waarde. De bijdrage van elk mechanisme kan dus niet eenvoudig bij het andere worden opgeteld.

In de literatuur [2] wordt onderscheid gemaakt tussen aansluitvlakken met 'sterke aanhechting' en 'zwakke aanhechting'. Bij 'sterke aanhechting' levert de aanhechting tussen de materialen de belangrijkste bijdrage. De uiterste schuifspanning wordt dan gevonden bij zeer kleine verplaatsingen s (ongeveer 0,05 mm). Bij een 'zwakke aanhechting' wordt de bijdrage aan de afschuifcapaciteit door wrijving ten gevolge van drukspanningen en



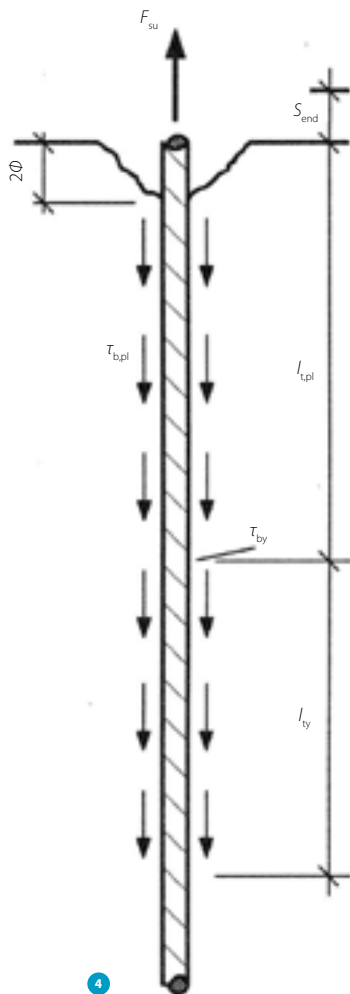
Tabel 1 Schuifspanningen en indicatieve verplaatsingen voor mortelvoegen

schuifspanningen en verplaatsingen	formule afschuifweerstand v_{Rdi} [N/mm ²]	UGT [mm]	BGT [mm]
sterke aanhechting	$v_{Rdi} = c f_{ctd} + \mu \sigma_n \leq 0,5 v f_{ctd}$	0,6-1,0	0,2
zwakke aanhechting	$v_{Rdi} = \mu \sigma_n + \mu \rho f_{yd} \leq 0,5 v f_{ctd}$	1,0-1,5	1,0

deuvelwerking van de wapening geleverd. De verplaatsingen s bij de uiterste schuifspanningen zijn in dit geval groter en liggen tussen 0,5 – 1,5 mm [2].

Met behulp van de onderstaande formule uit Eurocode 2, artikel 6.2.5 [3] kan een rekenwaarde voor de afschuifweerstand v_{Rdi} [N/mm²] worden bepaald. Hoewel de afschuifweerstand geldt voor aansluitvlakken, wordt deze in de literatuur en in de praktijk ook toegepast voor mortelvoegen.

$$v_{Rdi} = c f_{ctd} + \mu \sigma_n + \mu \rho f_{yd} \leq 0,5 v f_{ctd} \text{ voor } \alpha = 90^\circ \quad (1)$$



waarbij:

$c f_{ctd}$ = bijdrage aanhechting (c = coëfficiënt)

$\mu \sigma_n$ = bijdrage wrijving t.g.v. van de normaaldrukspanning (μ = wrijvingscoëfficiënt)

$\mu \rho f_{yd}$ = bijdrage wapening (ρ = wapeningspercentage)

In tabel 1 zijn de formules voor de afschuifweerstand en de bijbehorende verplaatsingen gegeven die horen bij een sterke of zwakke aanhechting van de mortelvoeg. Er zijn voorwaarden verbonden aan de keuze voor sterke of zwakke aanhechting.

- Sterke aanhechting: de aanhechting is intact, de mortelvoeg blijft permanent onder druk, het aansluitvlak is niet geprofileerd en de bijdrage van de wapening ($\mu \rho f_{yd}$) wordt verwaarloosd.
- Zwakke aanhechting: de aanhechting is verloren gegaan. Dit kan zijn veroorzaakt door (buig)trekspanningen of door het lichten van het prefab element nadat de mortelvoeg is uitgehard. De bijdrage van de aanhechting ($c f_{ctd}$) moet worden verwaarloosd.

Stijfheden

Voor het modelleren van mortelvoegen met eindige-elementensoftware moet de afschuifstijfheid en de normaalstijfheid bekend zijn. De afschuifstijfheid van een mortelvoeg kan worden bepaald door de rekenwaarde van de afschuifweerstand te delen door de verplaatsing.

Voor een afschuifstijfheid geldt:

$$k_{x,schuif} = \frac{v_{Rdi} t}{s} \cdot 10^3 \quad (2)$$

waarbij:

$k_{x,schuif}$ = lineaire afschuifstijfheid in [kN/m/m]

v_{Rdi} = rekenwaarde van de afschuifweerstand [N/mm²]

t = wanddikte [mm]

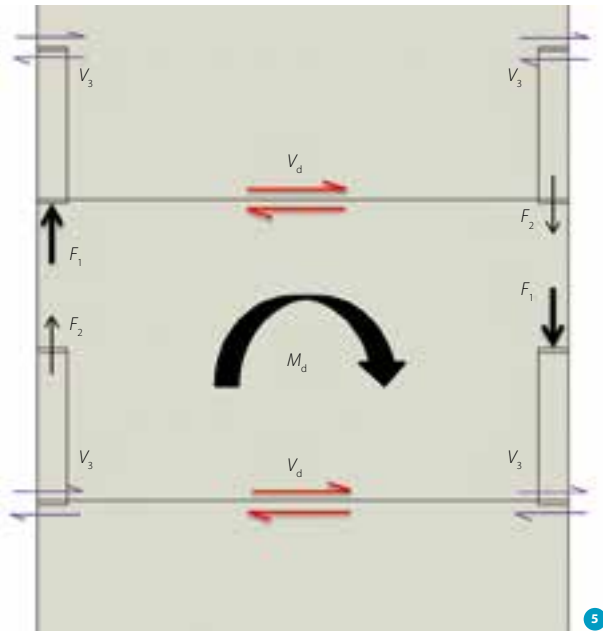
s = verplaatsingen [mm]

De normaalstijfheid van mortelvoegen onder druk wordt bepaald door de normaalstijfheid van de voegmortel en de interactie met het aangrenzende prefab beton. Omdat de hoogte van de voeg klein is ten opzichte van de hoogte van de wand zal een beperkt afwijkende stijfheid voor de mortelvoeg weinig invloed hebben op de gehele betonconstructie.

De normaalstijfheid onder druk kan met de volgende formule worden bepaald:

$$k_{y,druk} = \frac{A E_{cd}}{d} \quad (3)$$

- 5 Krachtsverdeling hoekverbindingen t.g.v. buigende momenten M_d
- 6 Eindige-elementenmodellen wandconstructie (a) en buisconstructie (b) (AxisVM)



waarbij:

- $k_{y,druk}$ = lineaire normaalstijfheid in [kN/m/m]
- A = voegoppervlakte [mm^2/m]
- E_{cd} = elasticiteitsmodulus van de wandconstructie [N/mm^2]
- d = voegdikte [mm]

De normaalstijfheid ($k_{y,trek}$) van mortelvoegen onder trek wordt bepaald door de stijfheid van de ingestorte stekwapening. Het principe van ingestorte wapening op trek is weergegeven in figuur 4. Omdat de wapening aan twee zijden is ingestort, is de vervorming (S_{end}) twee keer aanwezig. Voor ontwerpdoeleinden is in [1] een rekenmethode opgenomen waarmee de stijfheid (k_{Send}) van een ingestorte staaf op trek kan worden bepaald. De

wapeningsstaaf zal ook over de dikte van de voeg verlengen. Deze stijfheid ($k_{s,voeg}$) kan met de wet van Hooke worden bepaald.

De reciproke waarden van de verschillende stijfheden moeten bij elkaar worden opgeteld met de formule:

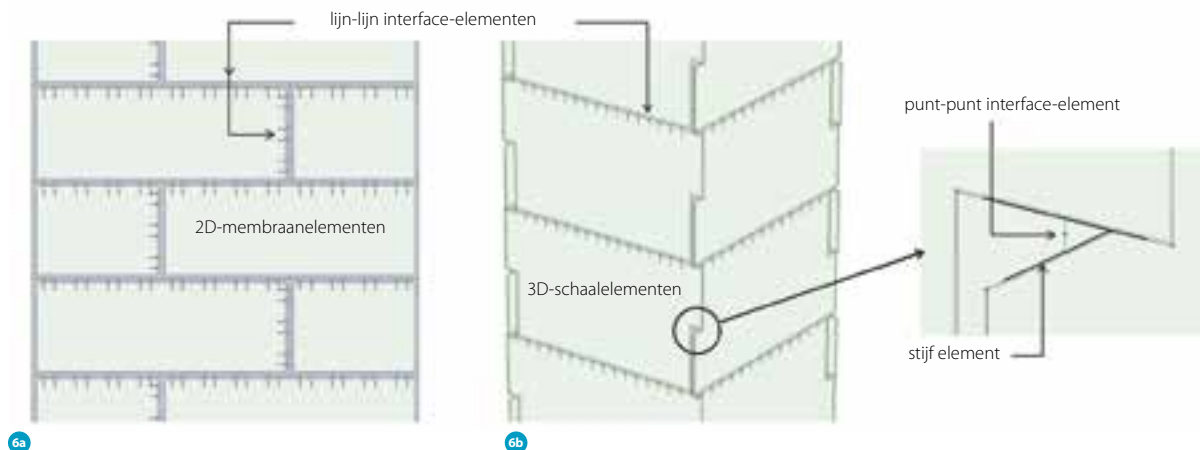
$$\frac{1}{k_{y,trek}} = \frac{1}{k_{Send,1}} + \frac{1}{k_{Send,2}} + \frac{1}{k_{s,voeg}} \quad (4)$$

Hoekverbindingen

Hoekverbindingen worden hoofdzakelijk in verticale richting belast. De belasting is de verticale schuifkracht die vanuit het lijf van een buisconstructie via de vertandingen op de flenzen wordt overgedragen. Tussen de vertandingen is een horizontale mortelvoeg met stekken aanwezig. Als de verbinding onder druk blijft, levert de voegmortel de stijfheid. Zodra trekspanningen ontstaan, zullen deze door de stekken worden opgenomen. De stijfheid van een stek op trek is lager dan de stijfheid van voegmortel op druk. Dit betekent dat de verticale krachten voornamelijk via druk (F_1) en in mindere mate via trek (F_2) worden overgedragen (fig. 5). De stijfheden van een mortelvoeg op druk en trek kunnen met de hiervoor beschreven principes voor stijfheden van horizontale mortelvoegen worden bepaald.

Eindige-elementenmodellen

Voor een beschouwing van de krachtsverdeling en vervormingen kan worden gebruikgemaakt van de eindige-elementenmethode (EEM). Het maken van EEM-berekeningen kost meestal meer tijd dan het benaderen van de krachtsverdeling en vervormingen met staafwerkmodellen. Het is alleen al om die reden aan te bevelen dergelijke berekeningen alleen te maken als dat nuttig of noodzakelijk is. Bekende redenen zijn het:



- nauwkeurig benaderen van de krachtsverdeling en vervormingen;
- vinden van de krachtsverdeling en vervormingen van complexe constructies;
- bestuderen van lokale effecten en de invloed van verbindingen;
- onderbouwen van besparingen en optimalisaties.

In figuur 6a is weergegeven hoe een wandconstructie in een eindige-elementenprogramma kan worden gemodelleerd. Het gedrag van de wandelementen wordt beschreven met 2D-membraanelementen. Tussen de wandelementen zijn lijn-lijn interface-elementen gemodelleerd. Hiermee kan het gedrag van horizontale mortelvoegen en verticaal open voegen worden gemodelleerd.

Figuur 6b is een schematische weergave van een buisconstructie. Voor de wandelementen zijn 3D-schaalementen gebruikt. In dit model wordt het gedrag van de horizontale mortelvoegen eveneens beschreven door de lijn-lijn interface-elementen. In dit model zijn ook hoekverbindingen gemodelleerd. De vertandingen overlappen elkaar en kruisen in het hart van de vertanding. Tussen de vertandingen is enige ruimte vrij gehouden voor het modelleren van punt-punt interface-elementen. Aan deze elementen kan het gedrag van de gewapende mortelvoeg worden toegekend. Om piekspanningen in de betonconstructie te voorkomen, zijn stijve elementen toegepast (fig. 6). De verticale voegen zijn in het model van figuur 6b fysiek open en worden dus niet met interface-elementen gemodelleerd.

In het programma AxisVM wordt een lijn-lijn interface-element een randscharnier genoemd. Figuur 7 is een afdruk van het invoerscherm van een randscharnier. Voor een horizontale mortelvoeg wordt een afschuifstijfheid k_x en een normaalstijfheid k_y met de eenheid kN/m/m opgegeven. Als de verticale voegen constructief open zijn, kan het randscharnier worden gemodelleerd met een stijfheid gelijk aan 0 kN/m/m. Indien een verticale voeg wordt gevuld met mortel en ongewapend blijft, kan bij 'niet-lineaire parameters' worden opgegeven dat het randscharnier een stijfheid k_y 'alleen actief voor druk' kan leveren. Indien gewenst kan bij 'grenswaarde' een bovengrens voor de sterkte worden opgegeven. Het kracht-vervormingsgedrag van het element is dan bilineair. Het invoerscherm van punt-punt interface-elementen is in principe gelijk aan dat in figuur 7. De stijfheid wordt bij deze elementen in kN/m opgegeven. De stijfheid kan als 'alleen actief voor druk' voor voegmortel of 'alleen actief voor trek' voor stekwapening worden meegenomen.

Praktijkvoorbeelden

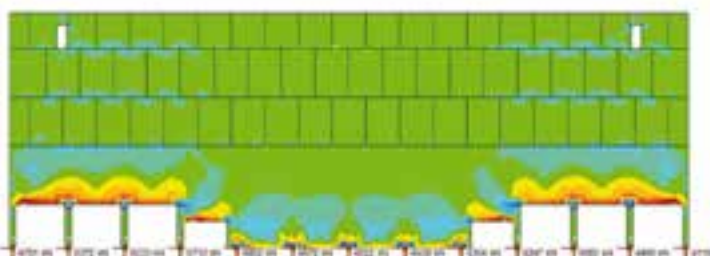
De wand- en kernconstructies voor het Ziggo Dome in Amsterdam [4] waren in de ontwerpfase in ter plaatse gestort beton gedacht. Op verzoek van de aannemer zijn deze wanden



7



8a



8b

en kernen zo veel mogelijk uitgevoerd met geprefabriceerde betonelementen. Voor de podiumwand (fig. 8b) is een horizontale demarcatie afgesproken, waarbij de onderbouw in ter plaatse gestort beton is uitgevoerd en de bovenbouw met repeterende prefab-betonelementen. Omdat de paalfundering was uitgevoerd voor een ter plaatse gestorte betonconstructie is onderzocht of een geprefabriceerde wandconstructie de krachtsverdeling op de palen te veel zou wijzigen.

In figuur 8 is het eindige-elementenmodel voor een ter plaatse gestorte (a) en een geprefabriceerde wandconstructie (b) opgenomen. De verticale voegen zijn gevuld met voegmortel en kunnen daarmee drukspanningen opnemen. De afschuifcapaciteit van de gladde voegoppervlakken is verwaarloosd. De krachtsverdeling is ook bepaald voor verticaal open voegen omdat er geen specifieke aandacht is besteed aan de vullings-

graad. De stijfheden kunnen met de formules (1), (2) en (3) worden bepaald. Voor een mortelvoeg met 'zeer glad' oppervlak, een sterkteklasse van minimaal C45/55 in combinatie met permanente normaaldrukspanning van $\sigma_n = 0,5 \text{ N/mm}^2$ geldt:

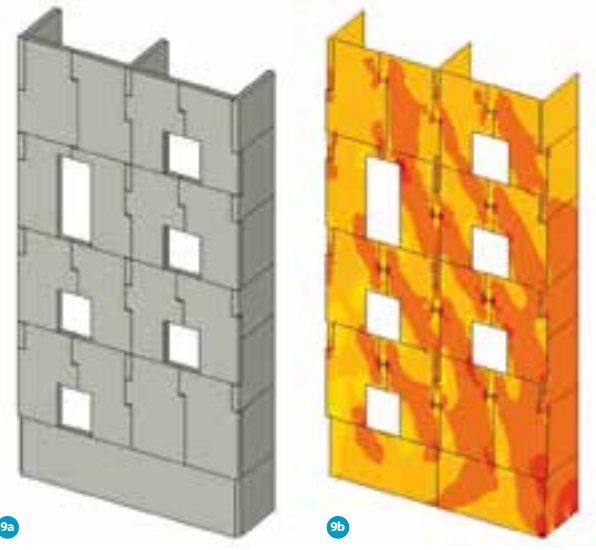
$$v_{Rdi} = cf + \mu \sigma_n = 0,1 \cdot 1,8 + 0,5 \cdot 0,5 = 0,43 \text{ N/mm}^2$$

$$k_{x,schuif} = \frac{v_{Rdi}}{s} \cdot t \cdot 10^3 = \frac{0,43 \cdot 350}{0,6} \cdot 10^3 = 250\,833 \text{ kN/m/m}$$

$$k_{y,druk} = \frac{A}{d} \cdot E_{cd} = \frac{350 \cdot 1000 \cdot 11\,000}{20} = 1,925 \cdot 10^8 \text{ kN/m/m}$$

Uit het vergelijk blijkt dat de paalbelastingen van de beide varianten minder dan 2% uit elkaar liggen. Voor de fundering waren dus geen redenen de wand niet deels in geprefabriceerd beton uit te voeren.

De vier kernconstructies achter de lange tribunes in het Ziggo Dome waren eveneens volledig in ter plaatse gestort beton gedacht (fig. 9). Ook voor deze kernen was het wenselijk deze volledig in prefab beton uit te voeren. De kernen zijn opgebouwd met verticale elementen omdat elementen van 5,2 m hoog (verdiepingshoogte) niet over de weg konden worden vervoerd. Deze 'kantelementen' zijn 3,4 m breed en op de bouwplaats rechtop gezet. Daarnaast wilde men geen natte knopen of lasplaten toepassen. Het gevolg is dat voor de samenwerking tussen de elementen in de verticale voegen alleen discrete tandverbindingen konden worden gemaakt. Met behulp van eindige-elementenmodellen is onderzocht hoe de discrete verbindingen de krachtsverdeling en de vervormingen



van de kernconstructie beïnvloeden. Uit een vergelijk tussen het gedrag van de ter plaatse gestorte en de geprefabriceerde kernconstructie bleek dat de kernconstructie met prefab-betonelementen kon worden gemaakt. Dit kon zonder dat de oorspronkelijke dimensies van de betonconstructie moesten worden gewijzigd.

Tot slot

Het gedrag van mortelvoegen in hedendaagse geprefabriceerde betonconstructies kan met behulp van Eurocode 2 [3] en proefnemingen uit de literatuur bij benadering worden vastgesteld. Een aantal eindige-elementenprogramma's beschikt over interface-elementen waarmee dit gedrag tussen de wandelementen kan worden gemodelleerd. De praktijkvoorbeelden tonen aan dat het mogelijk is de krachtsverdeling en de vervormingen van geprefabriceerde wand- en buisconstructies meer nauwkeurig te bepalen. Een eindige-elementenmodel is een oplossing voor betonconstructies met ingewikkelde elementverdelingen, storende wandopeningen en verbindingen die niet met staafmodellen zijn te berekenen. Dit schept mogelijkheden voor constructeurs die geïnteresseerd zijn in het gedetailleerd analyseren of optimaliseren van complexe geprefabriceerde betonconstructies. ☒

LITERATUUR

- 1 *fib* Structural connections for precast concrete buildings. *fib* bulletin 43, Guide to good practice, International Federation for Structural Concrete (*fib*), 2008.
- 2 *fib* Model Code for Concrete Structures 2010. *fib* Bulletin 65 and 66, International Federation for Structural Concrete (*fib*), 2012.
- 3 NEN-EN 1992-1-1 Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies – Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen.
- 4 Wenting, R., Vliet, H. van, Wolfswinkel, T., Maximale muziekbeleving. *Cement* 2012/2.

